Corrigé d l'épreuve de mathématiques du baccalauréat
Session de contrôle 2017 Section : *sport*

Exercice n° 1

1) $p(A) = \dfrac{C_4^3}{C_{10}^4} = \dfrac{4}{120}$.

$p(B) = \dfrac{C_3^1 \times C_7^2}{C_{10}^3} = \dfrac{63}{120}$. (Sept jetons ne portent pas la lettre a).

$p(C) = 1 - p(\overline{C}) = 1 - p(A) = \dfrac{116}{120}$.

2) a)L'urne contient 3 jetons qui portent la lettre a alors les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 et 3.

b) $p(X=0) = \dfrac{C_7^3}{120} = \dfrac{35}{120}$, $p(X=1) = p(B) = \dfrac{63}{120}$,

$p(X=2) = \dfrac{C_3^2 \times C_7^1}{120} = \dfrac{21}{120}$, $p(X=3) = \dfrac{C_3^3}{120} = \dfrac{1}{120}$

c) $E(x) = 0 \times p(X=0) + 1 \times p(X=1) + 2 \times p(X=2) + 3 \times p(X=3) = \dfrac{63}{120} + \dfrac{42}{120} + \dfrac{3}{120} = \dfrac{108}{120}$.

$V(X) = E(x^2) - (E(x))^2 = 0{,}49$.

Exercice n° 2

1) a) $U_1 = \dfrac{U_0}{2} + \dfrac{\ln(2)}{4} = \dfrac{\ln(2)}{2} + \dfrac{\ln(2)}{4} = \dfrac{3}{4}\ln(2)$; $U_2 = \dfrac{U_1}{2} + \dfrac{\ln(2)}{4} = \dfrac{5}{8}\ln(2)$.

b) $U_1 - U_0 = -\dfrac{1}{4}\ln(2)$ et $U_2 - U_1 = -\dfrac{1}{8}\ln(2)$ alors $U_1 - U_0 \neq U_2 - U_1$. D'où U n'est pas arithmétique.

$\dfrac{U_1}{U_0} = \dfrac{3}{4}$ et $\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{5}{6}$ alors $\dfrac{U_1}{U_0} \neq \dfrac{U_2}{U_1}$. D'où U n'est pas géométrique.

2) a) $V_0 = U_0 - \dfrac{1}{2}\ln(2) = \ln(2) - \dfrac{1}{2}\ln(2) = \dfrac{1}{2}\ln(2)$.

b) $V_{n+1} = U_{n+1} - \dfrac{1}{2}\ln(2) = \dfrac{U_n}{2} + \dfrac{\ln(2)}{4} - \dfrac{1}{2}\ln(2) = \dfrac{U_n}{2} - \dfrac{1}{4}\ln(2) = \dfrac{1}{2}\left(U_n - \dfrac{1}{2}\ln(2)\right) = \dfrac{1}{2}v_n$.

Donc (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et $V_n = V_0 \times q^n = \dfrac{1}{2}\ln(2) \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

c) (V_n) est décroissante.

3) a) $U_n = V_n + \dfrac{1}{2}\ln(2) = \dfrac{1}{2}\ln(2) \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n + \dfrac{1}{2}\ln(2) = \dfrac{1}{2}\ln(2) + \dfrac{\ln(2)}{2^{n+1}}$.

b) $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = 0$ car $\dfrac{1}{2} \in]-1, 1[$. D'où $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \dfrac{1}{2}\ln(2)$

Exercice n° 3

1) a) $f(1) = e$; $f(2) = 1$.

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

c)

x	$-\infty$		$+\infty$
f'(x)		−	
f	$+\infty$	$\searrow$	0

2)a) la fonction f est continue et strictement décroissante sur IR alors elle réalise une bijection

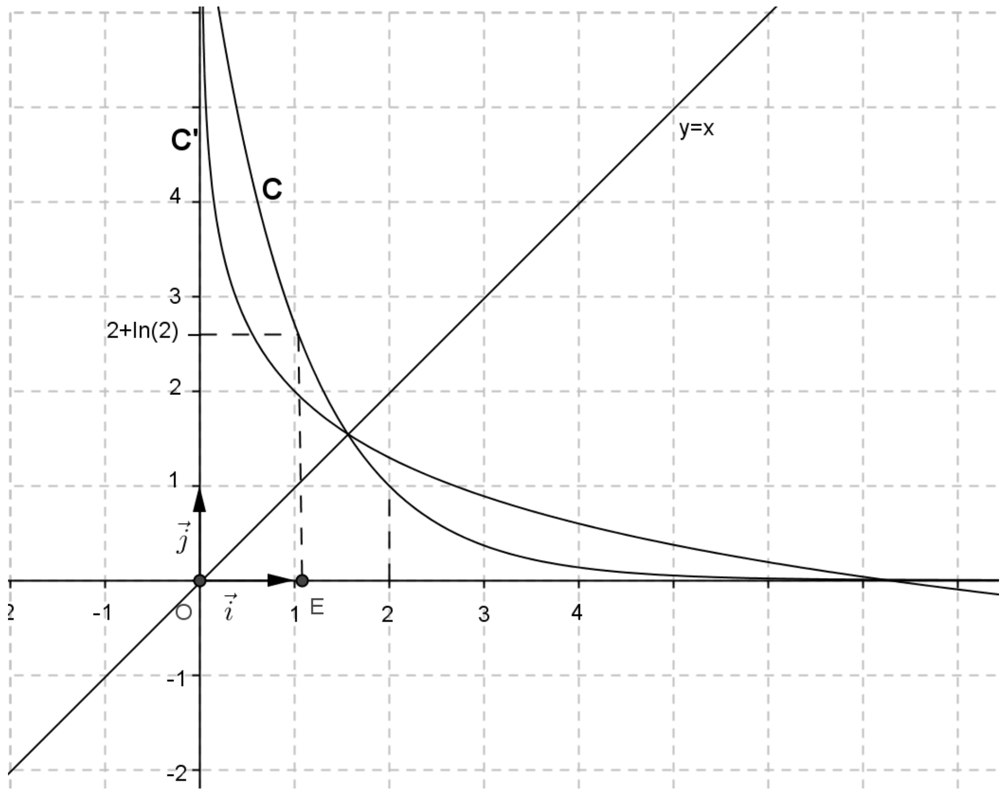
de IR sur l'intervalle $f(\mathbb{R}) = f(]-\infty, +\infty[) = \left]\lim_{x\to+\infty} f(x), \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty\right[=]0, +\infty[$.

b) f est une bijection de IR sur $]0;+\infty[$ et 2+ln(2) $\in]0;+\infty[$ alors l'équation f(x)= 2+ ln2 admet

dans f $]0;+\infty[$ une unique solution α.

$f(1) = e^{2-1} = e^1 \neq 2 + \ln 2$ alors $\alpha \neq 1$.

3) a) b) et c) les courbes **C** et **C'** sont symétriques par rapport à la droite d'équation y=x.



4)a) Pour tout réel x, $F(x) = -e^{2-x}$ alors $F'(x) = -\left(-e^{2-x}\right) = e^{2-x} = f(x)$.

Alors F est une primitive sur IR de la fonction f.

b) f est positive sur $[\alpha, 2]$ alors $A = \int_{\alpha}^{2} f(x)dx = [-f(x)]_{\alpha}^{2} = f(\alpha) - f(2)$ = f(α) −f(2) (u.a).

c) $A = f(\alpha) - f(2) = 2 + \ln 2 - 1 = 1 + \ln 2$.