السنة التاسعة	**فرض مراقبة عدد5** **في الرياضيات** **الثلاثي الثالث**	

التمرين 1:

ليكن العددان الحقيقيان x و y حيث $-3 \le x \le -1$ و $\sqrt{3} \le y \le 2$.

1- لتكن العبارة H التالية : $H = xy^2 - 20 - 5x + 4y^2$

أ) بين بالتفكيك أن : $H = (x+4)(y^2-5)$ ؛

ب) بين أن $(x+4)$ مخالف للصفر .

ج) اوجد حصرا لـ (y^2 -5) ثم استنتج حصرا لـ H .

2- لتكن العبارة G التالية : $G = \dfrac{x^2 + 8x + 15}{x+4}$.

أ) بين أن : $G = x+4 - \dfrac{1}{x+4}$. ب) استنتج أن $0 \le G \le \dfrac{2}{3}$.

التمرين 2:

لتكن العبارة A حيث : $A = \dfrac{3x^2 - 2}{4}$.

1) احسب العبارة A علما ان : $x = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

2) اوجد حصرا لـــ A اذا كان $-\sqrt{3} \le x \le -1$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\dfrac{3x^2-2}{4} \le -\dfrac{1}{2}$.

4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A < 3x\left(\dfrac{x}{4} - 5\right)$ ثم مثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج.

التمرين 3:

وحدة قيس الطول هي الصم . يجوز استعمال الالة الحاسبة

ABM هو مثلث بحيث AB=10 و $BM = 8$ و $AM = 6$.

1)أ- ابن ذلك المثلث ثم بين انه قائم . ب- ابن الدائرة ج المحيطة بذلك المثلث وليكن O مركزها. علل طريقة البناء .

2) ابن المستقيم Δ المماس لـ ج في M وليكن H المسقط العمودي لـ A على Δ .

أ- (AH) يقطع ج ثانية في F و يقطع (BM) في E ؛ بين أن M منتصف $[BE]$.

ب- بين أن المثلث ABE متقايس الضلعين .

ج – احسب MH و MF .

3) المستقيمان (AM) و (BF) يتقاطعان في T ؛ احسب النسبة $\dfrac{AM}{AT}$.

التمرين 4:

ضع علامة ✓ تحت المقترح السليم

كل رباعي محدب قطراه يتقاطعان في المنتصف ويتقايسان هـــو	مربع	معين	مستطيل
$\frac{2}{3}x^2 - (1+x)^2$ تساوي	$-\dfrac{x^2}{3} - (2x+1)$	$\dfrac{x^2}{3} + 1$	$-\dfrac{x^2}{3} - 2x + 1$

CORRECTION

• التمرين1

ليكن العددان الحقيقيان x و y حيث $-3 \leq x \leq -1$ و $\sqrt{3} \leq y \leq 2$

-1 لتكن العبارة H التالية : $H = xy^2-20-5x+4y^2$.

أ) لنبين بالتفكيك أن : $H=(x+4)(y^2-5)$:

$$H = xy^2-20-5x+4y^2 = (4y^2+xy^2)-(5x+20)+ = y^2(x+4)-5(x+4)$$

$$H = (x+4)(y^2-5)$$

ب) لنبين أن $x+4$ مخالف للصفر .

$$-3 \leq x \leq -1 \Rightarrow -3+4 \leq x+4 \leq -1+4 \Rightarrow 1 \leq x+4 \leq 3$$

$x+4$ محصورة بين عددين موجبين قطعا فحتما $x+4$ مخالف للصفر

ج) اوجد حصرا لـ (y^2-5) ثم استنتج حصرا لـ H .

$$\sqrt{3} \leq y \leq 2 \Rightarrow \sqrt{3}^2 \leq y^2 \leq 2^2 \Rightarrow 3 \leq y^2 \leq 4 \Rightarrow 3+(-5) \leq y^2+(-5) \leq 4+(-5) \Rightarrow$$

$$-2 \leq y^2-5 \leq -1$$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \leq -(y^2-5) \leq 2 \\ 1 \leq x+4 \leq 3 \end{array}\right\} \Rightarrow 1\times1 \leq -(y^2-5)(x+4) \leq 2\times3 \Rightarrow -6 \leq (y^2-5)(x+4) \leq -1$$

اي $\boxed{-6 \leq H \leq -1}$

-2 لتكن العبارة G التالية : $G = \dfrac{x^2+8x+15}{x+4}$.

أ) لنبين أن : $G = x+4-\dfrac{1}{x+4}$. لدينا :

$$G = \frac{x^2+8x+15}{x+4} = \frac{x^2+8x+16-1}{x+4} = \frac{(x+4)^2-1}{x+4} = \frac{(x+4)^{\cancel{2}}}{\cancel{x+4}} + \frac{-1}{x+4};\ (x \neq -4)$$

$$G = x+4-\frac{1}{x+4}$$

ب)

$$\underbrace{1 \leq x+4 \leq 3}_{1} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{x+4} \leq 1 \Rightarrow \underbrace{-1 \leq -\frac{1}{x+4} \leq -\frac{1}{3}}_{2}$$

بجمع 1و2 طرف بطرف نحصل على:

$$\left.\begin{array}{l} 1+(-1) \leq x+4-\dfrac{1}{x+4} \leq 3+\left(-\dfrac{1}{3}\right) \\ \Rightarrow 0 \leq G \leq \dfrac{8}{3} \end{array}\right|$$

- **التمرين2**

لتكن العبارة A حيث $A=\frac{3x^2-2}{4}$

1) لنحسب العبارة A علما ان : $x=\frac{\sqrt{2}}{3}$

:

$$A=\frac{3\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2-2}{4}=\frac{3\times\frac{2}{9}-2}{4}=\frac{\frac{2}{3}-\frac{6}{3}}{4}=\frac{\frac{-4}{3}}{4}=\frac{-4}{3}\times\frac{1}{4}=-\frac{1}{3}$$

2) لنجد حصرا لـــ A اذا كان $-\sqrt{3}\le x\le -1$

$$-\sqrt{3}\le x\le -1\Rightarrow(-1)^2\le x^2\le\left(-\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow 1\le x^2\le 3\Rightarrow 3\le 3x^2\le 9$$

$$\Rightarrow 3+(-2)\le 3x^2+(-2)\le 9+(-2)\Rightarrow 1\le 3x^2-2\le 7$$

$$\Rightarrow 1\times\frac{1}{4}\le\left(3x^2-2\right)\times\frac{1}{4}\le 7\times\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{1}{4}\le\frac{3x^2-2}{4}\le\frac{7}{4}$$

اي $\boxed{\frac{1}{4}\le A\le\frac{7}{4}}$

3) لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\frac{3x^2-2}{4}\le-\frac{1}{2}$.

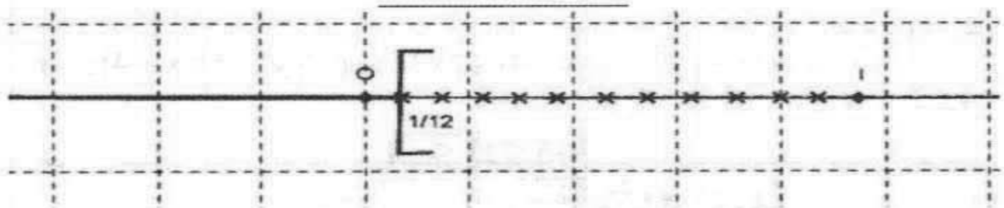
$$\left(\frac{3x^2-2}{4}\le-\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}\le-\frac{1}{2}\Rightarrow\underbrace{\frac{3}{4}x^2}_{\ge 0}\le 0\Rightarrow x=0\right)$$ ومنه

$$\boxed{S_{\mathbb{R}}=\{0\}}$$

4) لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A\prec 3x\left(\frac{x}{4}-2\right)$ ثم نمثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج بواسطة معين $(O;I)$ بحيث $OI=24\text{ mm}$:

ومنه
$$\left(\begin{array}{l}\frac{3x^2-2}{4}\prec 3x\left(\frac{x}{4}-2\right)\Rightarrow\cancel{\frac{3x^2}{4}}-\frac{1}{2}\prec\cancel{\frac{3x^2}{4}}-6x\Rightarrow 6x\prec\frac{1}{2}\\ \Rightarrow\frac{1}{6}\times 6x\prec\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\Rightarrow x\prec\frac{1}{12}\rightarrow\boxed{S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty;\frac{1}{12}\right[}\end{array}\right.$$

$$S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty;\frac{1}{12}\right[$$



• **التمرين3**

وحدة قيس الطول هي الصم . يجوز استعمال الالة الحاسبة

ABM هو مثلث بحيث $AB=10$ و $BM = 8$ و $AM = 6$.

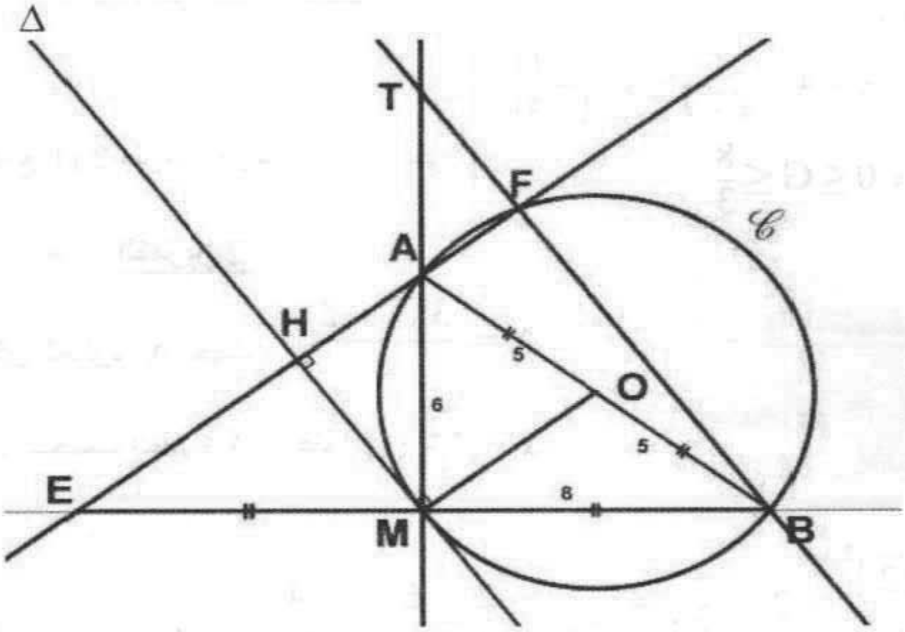
1)أ- بين ان المثلث ABM قائم .

في المثلث ABM نجد : $\left.\begin{array}{l} AB^2 = 100 \\ AM^2 = 36 \\ BM^2 = 64 \end{array}\right) 100 = 36 + 64 \Rightarrow AB^2 = AM^2 + BM^2$

فحسب عكس بيتاغور : المثلث ABM قائم الزاوية في M

ب- ابن الدائرة ج المحيطة بذلك المثلث وليكن O مركزها. علل طريقة البناء .

البناء :



التعليل:

نعلم ان مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم هو منتصف وتره

2) ابن المستقيم Δ المماس لـ ج في M وليكن H المسقط العمودي لـ A على Δ

أ- (AH) يقطع ج ثانية في F و يقطع (BM) في E ؛ نبين أن M منتصف [BE] :

في المثلث ABE نجد (OM) يوازي (AE) (يعامدان نفس المستقيم (HM))

ويمر من O منتصف [BA] فحتما سيقطع [BE] في منتصفه اي :

M منتصف [BE]

ب - نبين أن المثلث ABE متقايس الضلعين :

نعلم ان المثلث ABM قائم الزاوية في M ومنه (AM) يعامد [BE] في منتصفه

M اذن (AM) يمثل الموسط العمودي لــ [BE] ؛ A نقطة من (AM) اذن تبعد نفس

البعد عن الطرفين B و E ومنه : <u>المثلث ABE متقايس الضلعين</u>

ج – احسب MH و MF .

* المثلث AME قائم الزاوية في M و [MH] هو الارتفاع الصادر من M اذن :

$$MH \times AE = MA \times ME \Rightarrow MH = \frac{MA \times ME}{AE} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

وبالتالي $\boxed{MH = 4.8}$

نلاحظ ان $MB = ME = 8$ و $AE = AB = 10$

* * FAB هو مثلث بحيث $[AB]$ قطر للدائرة ج والنقطة F تنتمي الــى ج فهو حتما قائم الزاوية في F ومن ناحية اخرى F وA و E على نفس الاستقامة ومنه المثلث FEB قائم الزاوية في F ؛ الا ان M هو منتصف الوتر $[BE]$ فحتما :

$MB=ME=MF=8$

وبالتالي $\boxed{MF=8}$

3) المستقيمان (AM) و (BF) يتقاطعان في T ؛ احسب النسبة $\frac{AM}{AT}$.

*علينا ان نحسب AF

(بتطبيق بيتاغور فى المثلث ABF علما ان $BF = 2$)

و AH (بتطبيق بيتاغور فى المثلث AHM علما ان و $HM=9.6$)

ثم بتطبيق طالس في المثلث AMH نجد :

$$\boxed{\frac{AM}{AT} = \frac{AH}{AF}} = \frac{MH}{MT}$$

الخلاصة: عند حساب الابعاد AF و AH نجد $AF = 2.8$ و $AH = 3.6$

ومنه $\boxed{\frac{AM}{AT} = \frac{3.6}{2.8} = 1.28}$

- **التمرين4**

ضع علامة ✓ تحت المقترح السليم

كل رباعي محدب قطراه يتقاطعان في المنتصف ويتقايسان هــو	مربع	معين	✓ مستطيل
$\frac{2}{3}x^2-(1+x)^2$ تساوي	✓ $-\frac{x^2}{3}-(1+2x)$	$\frac{x^2}{3}+1$	$-\frac{x^2}{3}-2x+1$