

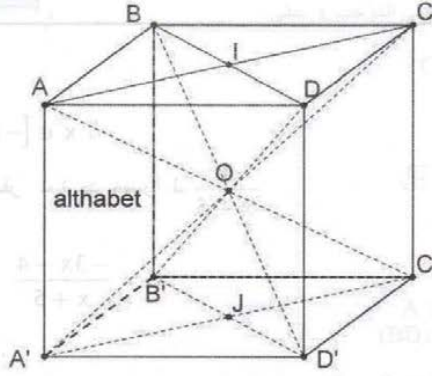
## التمرين 1:

لتكن العبارتين  $E = -\frac{7}{4}x + 1$  و  $F = \frac{3y - 4}{5y - 7}$  حيث  $x \in \mathbb{R}$  و  $y$  عدد حقيقي مخالف لـ 1,4 :

- 1- اوجد حصرًا للعبارتين  $E$  اذا علمت ان  $|x| \leq 4$ .
- 2- اذا علمت ان  $y = \sqrt{2}$  بين ان  $F = \sqrt{2} + 2$ . (ب) استنتج مقارنة بين  $3\sqrt{2} - 4$  و  $5\sqrt{2} - 7$ .
- 3- حل في  $\mathbb{R}$  : (أ)  $|E| = \frac{7}{4}x - 1$ . (ب)  $E \geq 4 - \frac{2-x}{7}$ .

## التمرين 2:

- نعتبر متوازي المستطيلات أسفله  $ABCD A'B'C'D'$  مركزه  $O$ ؛  $I$  مركز الوجه  $ABCD$  و  $J$  مركز الوجه  $A'B'C'D'$
- (1) برهن على أن :  $(OI) // (BB')$  و  $(OJ) // (BB')$  ثم استنتج أن النقاط  $J$  و  $O$  و  $I$  على نفس الإستقامة. (يجب تحديد المستوي الذي نشغل عليه)
  - (2) بين أن  $O$  منتصف  $[IJ]$  واحسب  $IJ$  اذا علمت ان  $AA' = 6$  وحدة قيس الطول هي الصنتمتر ؛
  - (3) نفرض :  $BC = AB = 4\sqrt{3}$  بين ان :  $AC' = 2\sqrt{33}$
  - (4) برهن أن  $(AC) \perp (IJ)$  واستنتج ان :  $(AC) \perp (BDD')$



## التمرين 3:

اختر الجواب الصحيح :

(1) جميع الأعداد الحقيقية  $x$  و  $y$  التي تحقق ما يلي :  $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x$  هي : (أ)  $x = -1$  و  $y = -1$  (ب)  $x = -1$  و  $y = 2$  (ج)  $x = 2$  و  $y = -1$  (د)  $x = 2$  و  $y = 1$

$x = -1$ و $y = -1$	$x = -1$ و $y = 2$	$x = 2$ و $y = -1$	$x = 2$ و $y = 1$
---------------------	--------------------	--------------------	-------------------

أضف تعليقك .

(2)  $AEFG$  هو هرم منتظم رأسه  $A$  ؛ المسقط العمودي لـ  $A$  على  $(EFG)$  هو : (أ)  $E$  (ب)  $F$  (ج)  $G$  (د)  $O$

مركز ثقل $EFG$	المركز القائم لـ $EFG$	منتصف $[EF]$
----------------	------------------------	--------------

# CORRECTION

## • التمرين 1

لتكن العبارتين  $E = -\frac{7}{4}x + 1$  و  $F = \frac{3y-4}{5y-7}$  حيث  $x \in \mathbb{R}$  و  $y$

عدد حقيقي مخالف لـ 1,4 :

1- ايجاد حصر للعبارة E اذا علمنا ان  $|x| \leq 4$

$$|x| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq -x \leq 4 \Rightarrow -4 \times \frac{7}{4} \leq -x \times \frac{7}{4} \leq 4 \times \frac{7}{4}$$

$$-7+1 \leq -\frac{7}{4}x+1 \leq 7+1 \Rightarrow -6 \leq E \leq 8$$

$$\boxed{-6 \leq E \leq 8}$$

وبالتالي :

2- ا) اذا علمنا ان  $y = \sqrt{2}$  فلنبين ان  $F = \sqrt{2} + 2$

$$F = \frac{3\sqrt{2}-4}{5\sqrt{2}-7} = \frac{(3\sqrt{2}-4)(5\sqrt{2}+7)}{(5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7)} = \frac{30+21\sqrt{2}-20\sqrt{2}-28}{50-49} = \frac{2+\sqrt{2}}{1}$$

$$\boxed{F = 2 + \sqrt{2}}$$

وبالتالي :

ب) استنتاج مقارنة بين  $3\sqrt{2}-4$  و  $5\sqrt{2}-7$

$$\left( \begin{array}{l} (3\sqrt{2})^2 = 18 \\ 4^2 = 16 \end{array} \right) ; 18 > 16 \Rightarrow 3\sqrt{2} > 4 \quad \text{لان} \quad \underline{5\sqrt{2}-7 > 0} \quad \text{و} \quad \underline{3\sqrt{2}-4 > 0}$$

$$\left( \begin{array}{l} (5\sqrt{2})^2 = 50 \\ 7^2 = 49 \end{array} \right) ; 50 > 49 \Rightarrow 5\sqrt{2} > 7$$

$$3\sqrt{2}-4 > 5\sqrt{2}-7 \quad \text{ومنه} \quad \frac{3\sqrt{2}-4}{5\sqrt{2}-7} = 2 + \sqrt{2} > 1$$

بامكاننا اعتماد علامة الفرق للتأكد من النتيجة لكنه ليس استنتاجا

3- لنحل المتراجحة  $|E| = \frac{7}{4}x - 1$  في  $\mathbb{R}$  :

$$|E| = \frac{7}{4}x - 1 \quad \text{يعني} \quad |E| = -E \quad \text{اي} \quad E \leq 0 \quad \text{او} \quad -\frac{7}{4}x + 1 \leq 0 \quad \text{ومنه}$$

$$-\frac{7}{4}x \leq -1 \quad \text{وبالتالي} \quad : \quad \left(-\frac{4}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{4}\right)x \geq -1 \times \left(-\frac{4}{7}\right) \Rightarrow x \geq \frac{4}{7}$$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \left[\frac{4}{7}; +\infty\right[}$$

الخلاصة :

$$\text{ب) يعني } E \geq 4 - \frac{2-x}{3} \quad \text{يعني } -\frac{7}{4}x + 1 \geq 4 - \frac{2-x}{3}$$

$$\text{يعني } -\frac{7}{4}x - \frac{1}{3}x \geq 4 - \frac{2}{3} - 1 \quad \text{يعني } -\frac{7}{4}x + 1 \geq 4 - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x$$

$$\text{يعني } -\frac{25}{12}x \geq \frac{7}{3} \quad \text{يعني } -\frac{21}{12}x - \frac{4}{12}x \geq \frac{7}{3}$$

$$x \leq -1,12 \quad \text{او} \quad x \leq -\frac{28}{25} \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{-12}{25}\right)\left(-\frac{25}{12}\right)x \leq \frac{7}{3}\left(\frac{-12}{25}\right)$$

$$S_{\mathbb{R}} = ]-\infty; -1,12]$$

الخلاصة:

## • التمرين 2

نعتبر متوازي المستطيلات  $ABCD A'B'C'D'$  مركزه  $O$ ؛  $I$  مركز الوجه

$ABCD$  و  $J$  مركز الوجه  $A'B'C'D'$

(1) برهن على أن:  $(OI) // (BB')$  و  $(OI) // (BB')$  ثم استنتج أن النقاط  $J, O, I$  على

نفس الإسقاطية. ( يجب تحديد المستوي الذي تشتمل عليه ) المثلثان  $BDD'$  و

$BB'D'$  يوجدان في نفس المستوي العمودي  $(BDD')$ .

(\* في المثلث  $BDB'$  نجد  $I$  منتصف  $[BD]$  و  $O$  منتصف  $[B'D]$  فحنما

$(1) (OI) // (BB')$ ؛

(\* وبنفس الطريقة في المثلث  $BB'D'$  نبين أن  $(2) (OJ) // (BB')$

ينتج عن (1) و (2) أن  $(OI) // (OJ)$  ويشتركان في  $O$  إذن يتطابقان ومنه :

**COLLEGE.MOURAJIA.COM** النقاط  $J$  و  $O$  و  $I$  على نفس الإسقاطية (3)

(2) \* بين أن  $O$  منتصف  $[IJ]$  واحسب  $IJ$

$$\text{لدينا } OJ = \frac{BB'}{2} \quad \text{و} \quad OI = \frac{BB'}{2} \quad \text{اذن} \quad OI = OJ \quad (4)$$

ينتج عن (3) و (4) أن  $O$  منتصف  $[IJ]$

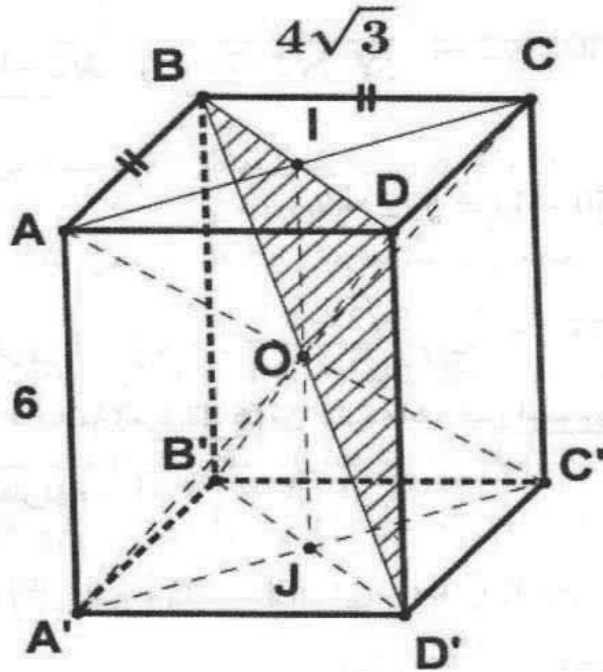
\*\* لدينا  $IJ = 2OJ = 2 \cdot \frac{BB'}{2} = BB' = 6$  ومنه  $IJ = 6$

(3) نفترض:  $BC = AB = 4\sqrt{3}$ ؛ لنحسب  $AC'$  :

هذا الجسم هو متوازي المستطيلات و  $AC'$  هو قطر فيه ومنه :

$$AC' = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 + 48 + 48} = \sqrt{132} = \boxed{2\sqrt{33}}$$

4) نبرهن أن  $(AC) \perp (IJ)$  ونستنتج أن  $(AC) \perp (BDD')$  :  
 \* في المستوي القطري  $(ACC')$  نجد O تبعد نفس البعد عن جميع رؤوس الجسم لأنها مركزه ومنه  $OA=OC$  ونعلم أن  $IA=IC$  فحتماً  $(OI)$  هو المتوسط العمودي لـ  $[AC]$  ومنه  $(AC) \perp (IJ)$   
 \*\*  $(AC) \perp (IJ)$  و  $(AC) \perp (BD)$  (قطران في مربع) ولدنا المستقيمان  $(IJ)$  و  $(BD)$  محتويان في نفس المستوي  $(BDD')$  ويتقاطعان في I  
الخلاصة:  $(AC) \perp (BDD')$  في I



### • التمرين 3

1) نبين أنه إذا كان  $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x$  فإن  $(x-y)^2 = -(x+1)^2$   
 $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x \Rightarrow x^2 + x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = -x^2 - 2x - 1$   
 $\Rightarrow (x-y)^2 = -(x^2 + 2x + 1)$

$$(x-y)^2 = -(x+1)^2$$

الخلاصة:

$y = -1$ و $x = -2$ (3)	$y = -1$ و $x = -1$ ✓(2)	$y = -1$ و $x = 2$ (1)
----------------------------	-----------------------------	---------------------------

الحل الوحيد هو (2) لأن في المساواة  $(x-y)^2 = -(x+1)^2$  نعلم أن  $(x-y)^2$  موجب ولكن  $-(x+1)^2$  سالب ومنه: إذا كان  $(x-y)^2 = -(x+1)^2$  فإن  $(x-y)^2 = 0$  و  $-(x+1)^2 = 0$  ولذا:  $x=y$  و  $x = -1$  أي  $y = -1$

2)  $AEFG$  هو هرم منتظم قاعدته  $EFG$ ؛ المسقط العمودي للرأس  $A$  على  $(EFG)$  هو:

مركز ثقل $EFG$ ✓	المركز القائم لـ $EFG$ ✓	منتصف $[EF]$
------------------	--------------------------	--------------

المبرر: في المثلث المتقايس الاضلاع مركز الثقل والمركز القائم يتطابقان