

فرض مراقبة عدد 2 ** نموذج 5 **

(1) العمليات في المجموعة \mathbb{R} (2) مبرهنة طالس

التمرين 1 :

ضع علامة x تحت الجملة الصحيحة :

النقطة $A(0;-3)$ حسب معين $(O;I;J)$ تنتمي الى (OJ)	$4 < \sqrt{23} < 5$	$OA=OB$ ان O منتصف [AB]	$\frac{5+\sqrt{6}}{5} = \sqrt{6}$	متناظران بالنسبة الى (OJ). هما نقطتان $M'(1; 3)$ و $M(-1;3)$
---	---------------------	----------------------------------	-----------------------------------	---

التمرين 2 :

لتكن العبارة H التالية:
احسب H اذا علمت ان
اذا علمت ان x هو مقلوب y ؛ فكك $H + \frac{\sqrt{5}}{2}$

$$H = (\sqrt{5} - 6)x - 2xy - 1$$

$$y = (-3) \quad \text{و} \quad x = 1 + \sqrt{2}$$

التمرين 3 :

X و Y و Z و T عبارات عددية كالآتي :

$$Y = 3\sqrt{48} + \sqrt{7} + \sqrt{11} - \sqrt{10} \quad \text{و} \quad X = \sqrt{3}(\sqrt{3}-4) - (2\sqrt{3}+2)(1-\sqrt{3})$$

$$T = \sqrt{11} - \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3 \quad \text{و} \quad Z = 2|1-\sqrt{3}| - |\sqrt{11}-3| - 1$$

- (1) بين ان : $X = 7 - 4\sqrt{3}$ وان $Z = 2\sqrt{3} - \sqrt{11}$.
- (2) بين ان : $Y = 2\sqrt{3} + \sqrt{11}$ وان $T = (3 - \sqrt{11})(\sqrt{3} - 1)$
- (3) بين ان Y هو مقلوب Z واستنتج ان $2\sqrt{3} > \sqrt{11}$.
- (4) بين ان T عدد حقيقي سالب.
- (5) نعتبر العدد a بحيث : $X - (7 - a\sqrt{3}) = Y - \sqrt{11}$ ؛ بين ان $a = 6$.

التمرين 4 :

- (1) ABC هو مثلث بحيث $AB=6$ و $BC=5$ و $AC=7$; ارسمه .
- (2) لتكن I منتصف $[AC]$ و J منتصف $[AB]$ ؛ احسب IJ .
- (3) عين النقطة P من $[AC]$ حيث $AP=5$ ؛ الموازي لـ (AB) والمار من P يقطع (BC) في Q ؛
بين ان : $\frac{CQ}{CB} = \frac{PQ}{AB} = \frac{2}{7}$ ثم استنتج حساب PQ و CQ

الإصلاح

اصلاح فرض البرهان عدد 5 تمرين 1

• التمرين 1:

$4 < \sqrt{23} < 5$	O اثن $OA=OB$ متوسط $[AB]$	$\frac{5+\sqrt{6}}{5} = \sqrt{6}$	$M(1;3)$ و $(-1;3)$ هما نقطتان متناظرتان بالنسبة الى (OJ) .
X			X

• التمرين 2:

لتكن العبارة H التالية: $H = (\sqrt{5}-6)x - 2xy - 1$

(1) لنحسب H اذا علمنا ان: $x = 1 + \sqrt{2}$ و $y = -3$.

$$\begin{aligned} H &= (\sqrt{5}-6)x - 2xy - 1 \\ &= (\sqrt{5}-6)(1+\sqrt{2}) - [2(1+\sqrt{2})(-3)] - 1 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 6 - 6\sqrt{2} - [2(1+2\sqrt{2})(-3)] - 1 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 6 - 6\sqrt{2} - (-6 - 6\sqrt{2}) - 1 - 6 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 6\sqrt{2} + 6 + 6\sqrt{2} - 1 - 6 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{10} - 1 \end{aligned}$$

(2) نعلم ان $xy=1$ لان x هو مقلوب y ومنه

$$\begin{aligned} H + \frac{\sqrt{5}}{2} &= (\sqrt{5}-6)x - 2xy - 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x - 2 - 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x - 3 + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x + \frac{\sqrt{5}-6}{2} \\ &= (\sqrt{5}-6)x + \frac{1}{2}(\sqrt{5}-6) \\ &= (\sqrt{5}-6)\left(x + \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

• التمرين 3:

X و Z و T عبارات عديدة كالتالي:

$$Y = 3\sqrt{48} + 4\sqrt{75} + \sqrt{11} - 5\sqrt{108} \quad \text{و} \quad X = \sqrt{3}(\sqrt{3}-4) - (2\sqrt{3}+2)(1-\sqrt{3})$$

$$T = \sqrt{11} - \sqrt{33} + 3\sqrt{3} - 3 \quad \text{و} \quad Z = 2|1-\sqrt{3}| - |\sqrt{11}-3| - 1$$

(1) لنختصر كل من X و Z .

$$\begin{aligned} Z &= 2|1-\sqrt{3}| - |\sqrt{11}-3| - 1 \quad X = \sqrt{3}(\sqrt{3}-4) - [(2\sqrt{3}+2)(1-\sqrt{3})] \\ &= 2(\sqrt{3}-1) - (\sqrt{11}-3) - 1 = 3 - 4\sqrt{3} - [2\sqrt{3} - 6 + 2 - 2\sqrt{3}] \\ &= 2\sqrt{3} - 2 - \sqrt{11} + 3 - 1 = 3 - 4\sqrt{3} - (-4) \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{11} = 7 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(2) بين ان: $Y = 2\sqrt{3} + \sqrt{11}$ وان $T = (3-\sqrt{11})(\sqrt{3}-1)$

$$\begin{aligned} Y &= 3\sqrt{48} + 4\sqrt{75} + \sqrt{11} - 5\sqrt{108} \\ &= 3\sqrt{16 \times 3} + 4\sqrt{25 \times 3} + \sqrt{11} - 5\sqrt{36 \times 3} \\ &= 3 \times 4 \times \sqrt{3} + 4 \times 5 \times \sqrt{3} + \sqrt{11} - 5 \times 6 \times \sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3} + 20\sqrt{3} - 30\sqrt{3} + \sqrt{11} \\ &= 2\sqrt{3} + \sqrt{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{11} - \sqrt{33} + 3\sqrt{3} - 3 \\ &= \sqrt{11} - \sqrt{3}\sqrt{11} - 3 + 3\sqrt{3} \\ &= \sqrt{11}(1-\sqrt{3}) - 3(1-\sqrt{3}) \\ &= (1-\sqrt{3})(\sqrt{11}-3) \end{aligned}$$

ملاحظة: $(-a)(-b) = a.b$ ومنه

$$(\sqrt{11}-3)(1-\sqrt{3}) = (3-\sqrt{11})(\sqrt{3}-1)$$

(3) بين ان Y هو مقلوب Z واستنتج ان $2\sqrt{3} > \sqrt{11}$.

$$Z.Y = (2\sqrt{3} + \sqrt{11})(2\sqrt{3} - \sqrt{11}) = (2\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{11} + 2\sqrt{3}\sqrt{11} - (\sqrt{11})^2 = 12 - 11 = 1$$

ومنه Y هو مقلوب Z .

ومن ناحية اخرى $Z.Y = 1$ الجداء موجب و $Y = 2\sqrt{3} + \sqrt{11}$ موجب فحتمًا

Z موجب اي $2\sqrt{3} - \sqrt{11} \in \mathbb{R}_+$ موجب وبالتالي $2\sqrt{3} > \sqrt{11}$

(4) لنبين ان T عدد حقيقي سالب.

نذكر ان $T = (1-\sqrt{3})(\sqrt{11}-3)$ ونعلم ان $1-\sqrt{3} < 0$ و $\sqrt{11}-3 > 0$

ومنه $T < 0$

(5) نعتبر العدد a بحيث: $X - (7-a\sqrt{3}) = Y - \sqrt{11}$ ؛ لنسبين ان $a = 6$

$$X - (7-a\sqrt{3}) = Y - \sqrt{11}$$

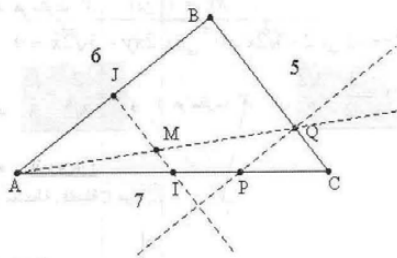
$$(7-4\sqrt{3}) - (7-a\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + \sqrt{11} - \sqrt{11}$$

يعني $a\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{11} - \sqrt{11}$ يعني $a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$$a = 6$$

• التمرين 4:

(1) ABC هو مثلث بحيث $AB=6$ و $BC=5$ و $AC=7$ ؛ ارسمه.



(2) في المثلث ABC نجد I منتصف $[AC]$ و J منتصف $[AB]$ ومنه $IJ \parallel (BC)$ و $IJ = \frac{BC}{2}$

ومنه $IJ = 2,5$

(3) لدينا في المثلث ABC المستقيم (PQ) يوازي (AB) ويقطع $[CB]$ في Q

$$\text{ويقطع } [CA] \text{ في } P \text{ فحسب طالس نكتب: } \frac{CQ}{CB} = \frac{CP}{CA} = \frac{PQ}{AB}$$

$$\frac{CQ}{CB} = \frac{PQ}{AB} \quad \text{اذن} \quad \frac{CQ}{7} = \frac{2,5}{7} \quad \text{اذن} \quad \frac{CP}{CA} = \frac{2,5}{7}$$

(4) لنبين ان M منتصف $[AQ]$: لدينا في المثلث ABQ المستقيم (IJ) يوازي

(QB) ويقطع $[AB]$ في المنتصف J فحتمًا يقطع الضلع $[AQ]$ في

المنتصف و بالتالي M منتصف $[AQ]$