فرض تأليفي عدد 2 رياضيات سنة التاسعة الثلاثي الثاني

التمرين 1:

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \sqrt{45} - \left(\sqrt{20} - 1\right)$ و $b = \dfrac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$

أ- بين ان : $a = \sqrt{5} + 1$ و $b = \sqrt{3} + 2$.

ب- احسب a^2 و b^2 . ت- قارن بين $4\sqrt{3}$ و $2\sqrt{5}$ ثم استنتج مقارنة بين a^2 و b^2 .

ج- بين أن : $a < b$ ثم استنتج مقارنة بين $\dfrac{2}{b-\pi}$ و $\dfrac{\sqrt{5}}{a+1}$.

ت- احسب $(a-b)^2$ ثم استنتج مقارنة بين $9+2\sqrt{3}$ و $2\left(\sqrt{15}+\sqrt{5}\right)$

التمرين 2:

هب العبارة E التالية $E = (5x + 4)^2$ حيث $x \in \mathbb{R}$

أ- انشر العبارة E . ب- احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان : $\sqrt{2}$ $x = \frac{2}{5}$.

ج- استنتج مقارنة بين 21,5 و $15\sqrt{2}$

د- لتكن العبارة F التالية: $F = (1-x)^2 - (25x^2 + 40x + 16)$. فكك F الى جذاء عوامل .

هـ-اوجد x بحيث $-\frac{F}{\ } - 1 = 2x$

التمرين 3:

ليكن (O,I,J) معينا في المستوي بحيث : $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ$.

أ- عين النقطة $M(4,3)$.

ب- لتكن H المسقط العمودي لـ M على (OI) و K المسقط العمودي لـ M على (OJ) . هي أحداثيات كل من H و K ؟

ج- ابن النقطة N من $[OM]$ حبث $ON = \frac{2}{3}OM$ ؛ لتكن T المسقط العمودي لـ N على (OI) و R المسقط العمودي لـ N على (OJ).

د- احسب البعد OT واستنتج فاصلة T وفق $(O;I)$ ثم احسب البعد OR واستنتج فاصلة R وفق $(O;J)$

هـ- ماهي اذن احداثيات N ؟ استنتج حسب طول القطعة $[ON]$

التمرين 4 : وحدة قيس الطول هي الصم ؛

ζ هي دائرة ذات المركز O والشعاع 4 ؛ $[AB]$ هو قطر و C نقطة من ζ بحيث BC= 4 .

1. H هو المسقط العمودي لـ O على (AC) ؛ بين أن H هو منتصف $[AC]$
2. استنتج نوع المثلث ABC .
3. $[HO)$ يقطع ζ في D ؛ بين ان الرباعي OCBD معين .
4. حدد المركز القائم للمثلث OAC
5. (AC) يقطع (BD) في M و E مناظرة D بالنسبة الى H .

أ- بين أن: $\dfrac{MC}{MH} = \dfrac{2}{3}$.

ب- استنتج أن C هو مركز ثقل المثلث EDM

CORRECTION

• **التمرين 1**

نعتبر العددين الحقيقيين :

$a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1)$ و $b = \dfrac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$

أ- نبين ان : $a = \sqrt{5} + 1$ و $b = \sqrt{3} + 2$

$$a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1) = \sqrt{9\times5} - (\sqrt{4\times5} - 1) = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 1 = \sqrt{5} + 1$$

$$b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\cancel{\sqrt{6}}(\sqrt{3} + 2)}{\cancel{\sqrt{6}}} = \sqrt{3} + 2$$

$$a^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{5})\times1 + 1^2 = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5}$$

$$b^2 = (\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\times2 + 2^2 = 3 + 4 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$$

ب-نقارن بين $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{3}$ ثم استنتج مقارنة بين a^2 و b^2

العددان $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{3}$ موجبان ثم :

* $\left.\begin{array}{l}(2\sqrt{5})^2 = 20 \\ (4\sqrt{3})^2 = 48\end{array}\right\} 20 \prec 48 \Rightarrow 2\sqrt{5} \prec 4\sqrt{3}$

**

$$\left.\begin{array}{l}2\sqrt{5} \prec 4\sqrt{3} \\ 6 \prec 7\end{array}\right\} \Rightarrow 6 + 2\sqrt{5} \prec 7 + 4\sqrt{3} \Rightarrow a^2 \prec b^2$$

ج- * نبين أن $a \prec b$ و $\dfrac{2}{}$ و $\dfrac{\sqrt{5}}{a+1}$

- لنحسب $(a-b)^2$ ثم استنتج مقارنة بين $2(\sqrt{15} + \sqrt{5})$ و $9 + 2\sqrt{3}$

*

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (\sqrt{5} + 1 - \sqrt{3} - 2)^2 = ((\sqrt{5} - \sqrt{3}) - 1)^2 \\ &= (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + 1 \\ &= 5 - 2\sqrt{15} + 3 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 1 \\ &= (9 + 2\sqrt{3}) - 2(\sqrt{15} + \sqrt{5})\end{aligned}$$

** المقارنة

$$\left.\begin{array}{l}(a-b)^2 = (9 + 2\sqrt{3}) - 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) \\ (a-b)^2 \in \mathbb{R}_+\end{array}\right| \Rightarrow 9 + 2\sqrt{3} \succ 2(\sqrt{15} + \sqrt{5})$$

• **التمرين 2**

هب العبارة E التالية : $E = (5x + 4)^2$ حيث x عدد حقيقي

$$E = (5x + 4)^2 = (5x)^2 + 2\times(5x)\times4 + 4^2 = 25x^2 + 40x + 16$$

ب) احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان : $x=\frac{2}{5}-\sqrt{2}$

$$E=\left(5\left(\frac{2}{5}-\sqrt{2}\right)+4\right)^2=\left(2-5\sqrt{2}+4\right)^2=\left(6-5\sqrt{2}\right)^2$$
$$=36-60\sqrt{2}+50=86-60\sqrt{2}$$

ج) استنتج مقارنة بين 21,5 و $15\sqrt{2}$: نعلم ان $86-60\sqrt{2}\succ 0$ لانه نتيجة لقوة دليلها زوجي ومنه $86\succ 60\sqrt{2}$ و نعلم ايضا ان $\frac{1}{4}$ موجب وبالتالي :

$$\frac{1}{4}\times 86\succ \frac{1}{4}\times 60\sqrt{2}\Rightarrow 21.5\succ 15\sqrt{2}$$

د) نفكك F الى جداء عوامل : $F=(1-x)^2-\left(25x^2+40x+16\right)$

$$F=(1-x)^2-(5x+4)^2=\left[(1-x)-(5x+4)\right]\left[(1-x)+(5x+4)\right]$$
$$=(-3-6x)(5+4x)=-3(1+2x)(5+4x)$$

هـ) نبحث عن x حيث $-\frac{F}{3}-1=2x$.

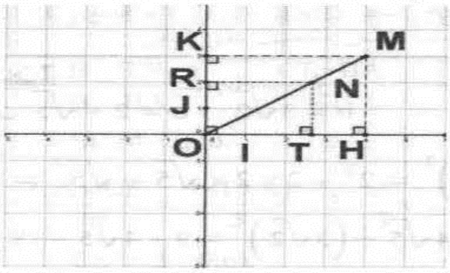
$$-\frac{F}{3}-1=2x\Rightarrow -\frac{F}{3}=2x+1\Rightarrow (1+2x)(5+4x)=2x+1\Rightarrow$$
و
$$(1+2x)(5+4x)-(2x+1)=0\Rightarrow (2x+1)\left[(5+4x)-1\right]=0\Rightarrow$$
$$(2x+1)(4+4x)=0\Rightarrow 4(2x+1)(1+x)=0$$

منه $\begin{cases}2x+1=0\Rightarrow\\ x=\frac{-1}{2}\end{cases}$ او $\begin{cases}x+1=0\Rightarrow\\ x=-1\end{cases}$

- **التمرين3**

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوي بحيث : $(OI)\perp(OJ)$ و$OI=OJ$

أ- عين النقطة $M(4;3)$.



ب- لتكن H المسقط العمودي لـ M على (OI) و K المسقط العمودي لـ M على (OJ) ؛ احداثيات كل من H و K هي $H(4;0)$ و $K(0;3)$

ج- بناء النقطة N من $[OM]$ حيث $ON=\frac{2}{3}OM$ (بالاعتماد على تطبيقات طالس) وبناء T المسقط العمودي لـ N على (OI) و R المسقط العمودي لـ N على (OJ)

د- احسب البعد OT واستنتج فاصلة T وفق $(O;I)$ ثم احسب البعد OR واستنتج فاصلة R وفق $(O;J)$

* نعلم ان $OH=|x_H|=4$

-بما ان في المثلث OMH نجد $(NT)\,//\,(MH)$ ويقطع $[OH]$ في T ويقطع $[OM]$ في N فحسب طالس نحصل على التالي :

$$\frac{OT}{OH}=\frac{ON}{OM}=\frac{NT}{MH}\Rightarrow\frac{OT}{OH}=\frac{ON}{OM}=\frac{2}{3}\Rightarrow OT=\frac{2}{3}OH=\frac{2}{3}\times 4=\frac{8}{3}$$

ومنه $x_T = \frac{8}{3} \Longrightarrow |x_T| = \frac{8}{3}$ (نعتبر الحل الموجب فقط لان $T \in [OH]$)

بنفس التمشي نحصل على $y_R = 2$ وفقا للمعين $(O;J)$ ومنه $N\left(\frac{8}{3};2\right)$

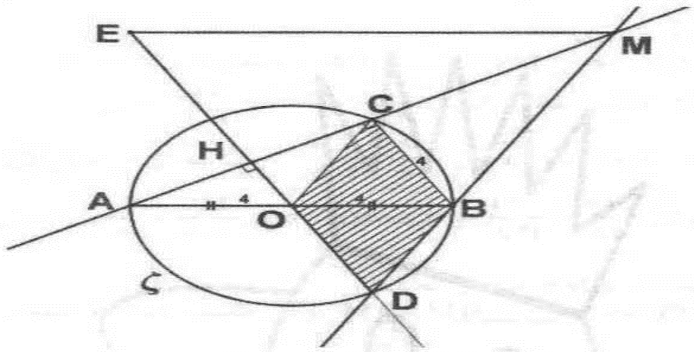
*المثلث ONT قائم في T فحسب بيتاغور :

$ON^2 = OT^2+NT^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2^2 = \frac{100}{9}$ ومنه $ON = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3}$

- **التمرين4**

وحدة قيس الطول هي الصم ؛ ζ هي دائرة ذات المركز O والشعاع 4 ؛ [AB] هو قطر و C نقطة من ζ بحيث BC= 4 .

1) H هو المسقط العمودي لـ O على (AC) ؛ بين أن H هو منتصف [AC]



نعلم ان في المثلث المتقايس الضلعين الارتفاع الموافق للقاعدة يطابق الموسط الصادر من القمة الرئيسية وبالتالي H هو منتصف [AC]

ملاحظة : المثلث OAC متقايس الضلعين لان [OA] و [OC] شعاعان لنفس ادائرة

2. **نستنتج** نوع المثلث ABC ثم نحسب AC .

*في المثلث ABC نجد O منتصف [AB] و H منتصف [AC] فحتما (OH) يوازي (BC) و OH= BC/2 =2 ؛ الا ان (AC) يعامد (OH) فحتما (AC) يعامد (BC) في C **الخلاصة :** المثلث ABC قائم في C

* * لنحسب AC :

المثلثABC قائم في C فحسب بيتاغور

$$\left.\begin{aligned} & AB^2 = CA^2 + CB^2 \Rightarrow \\ & CA^2 = AB^2 - CB^2 = 64 - 16 \Rightarrow \\ & CA^2 = 48 \Rightarrow CA = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \end{aligned}\right\}$$

3 . (HO] يقطع ζ في D ؛ نبين ان الرباعي OCBD معين :

لدينا BC=OD=4 و (BC)//(OD) فالرباعي OCBD متوازي الاضلاع وله ضلعان متتاليان متقايسان (OC=OD شعاعان لنفس ادائرة) فهو معين

4. حدد المركز القائم للمثلث OAC في المثلث OAC نجد (OH) يعامد (AC) اذن يحمل الارتفاع الصادر من O و (CD) يعامد (OB) او (AO) (قطران في معين) اذن (CD) يحمل الارتفاع الصادر من C ؛ الا ان (OH) و(CD) يتقاطعان في D (نعلم ان D نقطة من (HO]) وبالتالي :

المركز القائم في المثلث OAC هو D

5. (AC) يقطع (BD) في M و E مناظرة D بالنسبة الى H

*بما ان في المثلث DMH نجد (BC) // (DH) ويقطع [MD] في B ويقطع [MH] في C فحسب طالس نحصل على التالي :

$$\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MH} = \frac{BC}{HD} \Rightarrow \frac{MC}{MH} = \frac{BC}{HD} = \frac{4}{4+2} = \frac{2}{3}$$

**لنستنتج أن C هو مركز ثقل المثلث EDM :

في المثلث EDM نجد [MH] تمثل **الموسط** الصادر من M (H منتصف [ED]) و C نقطة منه بحيث $\frac{MC}{MH} = \frac{2}{3}$ او $MC = \frac{2}{3}MH$

الخلاصة : C هو مركز ثقل المثلث EDM