فرض تأليفي عدد 2 رياضيات سنة التاسعة الثلاثي الثاني

التمرين 1

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a<b$ ؛ علل اختصار العبارات التالية:

العبارة	الاختصار
$H=\lvert 2(a-b)-3\rvert+b+a-1$	$H=-a+3b+2$
$K=\lvert -a+b+7\rvert-\lvert b-a\rvert$	$K=7$
$L=\sqrt{(a+b+1)^2}+\lvert -a-6\rvert$	$L=2a+b+7$

التمرين 2

نعتبر العددين $a=2+\sqrt{5}$ و $b=3\sqrt{2}$.

1) بيّن أنّ $a^2=9+4\sqrt{5}$ و أنّ $a^2-b^2=4\sqrt{5}-9$.

2) أ. فكك الى جذاء عوامل العبارة $\mathcal{E}=(ab)^2-a^4$

ب. احسب $\mathcal{E}$. ما رايك في العددين a^2 و b^2-a^2

3) أ- قارن $4\sqrt{5}$ و 9.

ب. استنتج مقارنة a^2 و b^2 ثمّ مقارنة a و b .

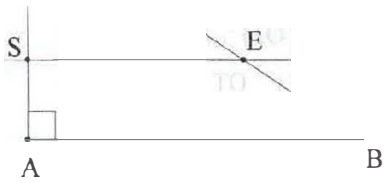
4) أ. بيّن أنّ $ab<b^2$. ب. استنتج أنّ $6\sqrt{2}+3\sqrt{10}<18$.

ج. قارن $c=6\sqrt{2}-8$ و $d=10-3\sqrt{10}$

التمرين 3: وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

ABC مثلث قائم في A بحيث : AB=4 ؛ AC=3 لتكن E نقطة من [BC] .

ولنضع : BE=x المستقيم الذي يمر من E ويوازي (AB) يقطع (AC) في S.



1) عبّر عن الطول CE بدلالة x.

2) بيّن أنّ : $SE=4-0,8x$ ، $SC=3-0,6x$.

3) أحسب قيمة x، إذا كان محيط شبه المنحرف SEBA يساوي 9.

التمرين 4: وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

ابن مثلثا ABC بحيث: AB=4,8 و AC=6,4 و BC=8 .

1) بين ان المثلث ABC قائم في A

2) عين النقطة M من [BC] بحيث CM=5 ،

الموازي لـ (AB) والمار من M يقطع (AC) في P

أ-احسب CP و MP

ب-بين ان المثلث PMB متقايس الضلعين .

3) لتكن I منتصف [BP] ، (AI) يقطع [PM] في H

أ- أثبت ان $\frac{IA}{IH}=1$ ثم استنتج ان I منتصف [AH]

ب-الرباعي ABHP مستطيل ، لماذا ؟

4) لتكن T مناظرة H بالنسبة الى B ؛ (TI) يقطع (AB) في G ، احسب AG.

CORRECTION

• التمرين1

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a \prec b$. اختصر العبارات التالية

العبارة	الاختصار
$H=\lvert 2(a-b)-3\rvert+b+a-1$	$H=2\underbrace{\left(\underbrace{a-b}_{\prec 0}\right)}_{\prec 0}-3+b+a-1$ $=-\lvert 2(a-b)-3\rvert+b+a-1$ $=-2a+2b+3+b+a-1=$ $=-a+3b+2$
$K=\lvert -a+b+7\rvert-\lvert b-a\rvert$	$K=\lvert a+b+7\rvert-\lvert b-a\rvert_{\succ 0}$ $=-\left(\underbrace{a-b}_{\prec 0}\right)+7\lvert -b+a$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{\succ 0}$ $=-a+b+7-b+a=7$
$L=\sqrt{(a+b+1)^2}+\lvert -a-6\rvert$	$L=\sqrt{(a+b+1)^2}+\lvert -a-6\rvert_{\prec 0}$ $=\lvert a+b+1\rvert+a+6$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{\succ 0}$ $=a+b+1+a+6$ $=2a+b+7$

• التمرين2

نعتبر العددين $a=2+\sqrt{5}$ و $b=3\sqrt{2}$.

1) $a^2=\left(2+\sqrt{5}\right)^2=2^2+2\times 2\times\sqrt{5}+\sqrt{5}^2=\boxed{9+4\sqrt{5}}$

$a^2-b^2=\left(2+\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=9+4\sqrt{5}-18=\boxed{4\sqrt{5}-9}$

2) أ. نفكك الى جذاء عوامل : $\mathcal{L}=(ab)^2-a^4=a^2b^2-a^4=a^2\left(b^2-a^2\right)$

ب. $\mathcal{F}=a^2\left(b^2-a^2\right)=\left(9+4\sqrt{5}\right)\left(9-4\sqrt{5}\right)=9^2-\left(4\sqrt{5}\right)^2=81-80=1$

ومنه العددان a^2 و b^2-a^2 مقلوبان

3) أ.لدينا $\left(4\sqrt{5}\right)^2=16\times 5=80$ و $9^2=81$ ؛

$80\prec 81$ والعددان $4\sqrt{5}$ و 9 موجبان اذن $4\sqrt{5}\prec 9$

ب.ينتج عن ذلك ان $4\sqrt{5}-9\in\mathbb{R}_-^*$ اي $a^2-b^2\in\mathbb{R}_-^*$ ومنه

$\boxed{a^2\prec b^2}$ الا ان a و b موجبان فحتما $\boxed{a\prec b}$

4) أ. لدينا $a\prec b$ والعدد b موجب ومنه $a\times\boxed{b}\prec b\times\boxed{b}\Rightarrow\boxed{ab\prec b^2}$

ب. بما أن :

$b^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2=18$; $a\times b=\left(2+\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{2}\right)=6\sqrt{2}+3\sqrt{10}$.

و $ab \prec b^2$ فان $\boxed{6\sqrt{2}+3\sqrt{10} \prec 18}$

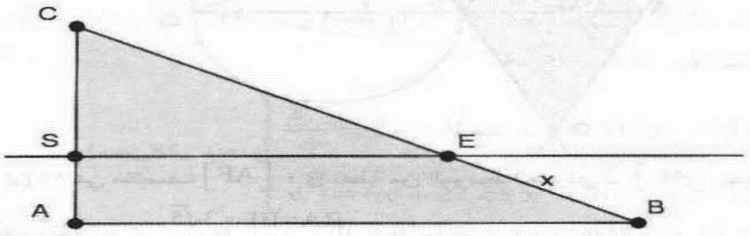
ج. نقارن $\begin{cases} c-d=\left(6\sqrt{2}-8\right)-\left(10-3\sqrt{10}\right) \\ =6\sqrt{2}-8-10+3\sqrt{10} \\ =\left(6\sqrt{2}+3\sqrt{10}\right)-18 \in \mathbb{R}_-^* \end{cases}$ ومنه $\boxed{c<d}$.

- **التمرين3**

(وحدة الطول هي cm).

ABC مثلث قائم في A ، حيث : AB=4 ؛ AC=3 لتكن E نقطة من [BC] .

ولنضع $BE=x$ ؛ المستقيم الذي يمر من E ويوازي (AB) يقطع (AC) في S.



1)عبّر عن الطول CE بدلالة x.

لنحسب BC اولا : المثلث ABC قائم في A فحسب بيتاغور

$\begin{cases} CB^2=CA^2+AB^2 \Rightarrow \\ CB^2=3^2+4^2=9+16=25 \Rightarrow \\ BC=5 \end{cases}$ ومنـــــه $\underline{CE=CB-BE=5-x}$

2) بيّن أنّ : $SE=4-0,8\,x$ ، $SC=3-0,6\,x$.

بما ان في المثلث ABC نجد (SE) // (AB) ويقطع [BC] في E ويقطع [AC] في S فحسب طالس نحصل على التالي :

$$\frac{CE}{CB}=\frac{CS}{CA}=\frac{ES}{BA} \Rightarrow \frac{CE}{CB}=\frac{ES}{BA} \Rightarrow SE=\frac{CE\times BA}{CB}=\frac{(5-x)(4)}{5}=4-\frac{4}{5}x$$

$$SE=4-0.8x$$

$$\frac{CS}{CA}=\frac{CE}{CB} \Rightarrow CS=\frac{CA\times CE}{CB}=\frac{3\times(5-x)}{5}=3-\frac{3}{5}x$$

$$CS=3-0.6x$$

3) لنسمي p محيط SEBA فيجوز كتابة : $p=AB+BE+ES+SA$

اي $p=4+x+(4-0.8x)+\left[3-(3-0.6x)\right]=8+0.8x$

$p=9$ يعني $\begin{cases} 8+0.8x=9 \\ 0.8x=9-8=1 \\ x=\dfrac{1}{0.8}=1.25 \end{cases}$

- **التمرين4** وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

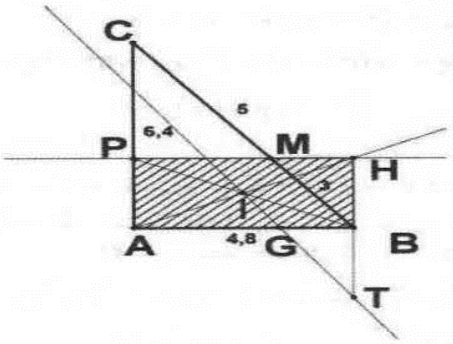
نعتبر مثلثا ABC بحيث: AB=4,8 و AC=6,4 و BC=8 .

1) لنبين ان المثلث ABC قائم في A .

لدينا $\begin{cases} BC^2=8^2=64 \\ AB^2=4.8^2=23.04 \\ AC^2=6.4^2=40.96 \end{cases}$ نلاحظ ان $64 = 23.04 + 40.96$ اي

$\underline{AC^2+AB^2=BC^2}$ ؛ فحسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم في A

2) عين النقطة M من [BC] بحيث CM=5 ، الموازي لـ (AB) والمار من M يقطع (AC) في P .



أ- لنحسب CP و MP :

* في المثلث ABC نجد (PM) يوازي (AB) و ويقطع (AC) في P و(BC) في M فحسب طالس نكتب : $\frac{CP}{CA}=\frac{CM}{CB}=\frac{PM}{AB}$ الا ان

$\frac{CM}{CB}=\frac{5}{8}$ و CA= 6,4 اذن $\frac{CP}{6,4}=\frac{5}{8}$ مما يعطي $\underline{CP=4}$

**كذلك من خلال $\frac{CM}{CB}=\frac{PM}{AB}$ و AB=4,8 تنتج $\frac{5}{8}=\frac{PM}{4,8}$ مما يعطي

$\underline{MP=3}$

ب-لنبين ان المثلث PMB متقايس الضلعين :

في المثلث PMB نجد : $\underline{MP=MB=3}$ ولذا المثلث PMB متقايس الضلعين

3) لتكن I منتصف[BP] ، $[AI)$ يقطع $[PM)$ في H .

أ- لنثبت ان $\frac{IA}{IH}=1$ ثم نستنتج ان I منتصف [AH] :

* * في المثلث ABI نجد (PM) يوازي (AB) و يقطع (BI) في P و(AI) في H فحسب ... نكتب : $\frac{IP}{IB}=\frac{IA}{IH}=\frac{PA}{BH}$ الا ان $\frac{IP}{IB}=1$ لان

I منتصف [BP] فحتما $\underline{\frac{IA}{IH}=1}$

** $\frac{IA}{IH}=1$ ومنه IA = IH و $I\in[AH]$ اذن. **I منتصف [AH]**

ب-الرباعي ABHP مستطيل ، لمادا ؟ الرباعي ABHP هو # لان I هي منتصف كل من القطرين [AH] و [BP] ومن ناحية اخرى $P\hat{A}B=90°$ فالرباعي ABHP مستطيل .

4) لتكن T مناظرة H بالنسبة الى B ؛ (TI) يقطع (AB) في G ، احسب AG : في المثلث ATH نجد (TI) و(AB) يحملان على التوالي الموسطين الصادرين من T و A ويتقاطعان في G فهو حتما مركز ثقل المثلث ATH ومنه : $AG=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\times 4.8=3.2$

الخلاصة:

$\underline{AG=3.2}$