

فرض تاليفي مع الاصلاح سنة التاسع رياضيات

(2) مبرهنة طاليس و تطبيقاتها

(1) العمليات في المجموعة \mathbb{R}

→ **التمرين 1 :**

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$ و $b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}$.

أ- بين ان : $a = 2 + \sqrt{3}$.

ب- احسب : $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)$.

ج- استنتج ان : $b = 2 - \sqrt{3}$.

د- اوجد x بحيث : $\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$

a b

سؤال تفصيل (+1) : هب العبارة Q التالية : $Q = \frac{b}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ؛ بين ان $Q = a - b$ ثم استنتج حساب Q.

→ **التمرين 2 :**

(1) اذا علمت ان : $|x - 5| = 12$ فاحسب $|1 - \frac{x}{5}|$ بدون حساب x.

(2) اختصر الى اقصى حد العددين C و D التاليين : $C = \frac{\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}}$ و $D = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{20} - \sqrt{45}}$

→ **التمرين 3 :**

D هو المستقيم العددي المدرج بواسطة معين (O,I) حيث $OI=2$ بالصم.

أ- عين النقطتين A و B من D بحيث : $x_A = \frac{7}{2}$ و $x_B = -1$.

ب- احسب AB.

ج- ابن النقطة M من [AB] بحيث : $AM = \frac{4}{7} AB$.

د- اوجد m فاصلة M.

→ **التمرين 4 :**

وحدة القيس هي الصم. ابن دائرة γ ذات المركز O والقطر [AB] بحيث $AB=8$.

الإصلاح

اصلاح الفرض التالي عدد 1 نموذج

• التمرين 1 :

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$ و $b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}$

أ- $a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$

ب-

$(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1) = (2\sqrt{3})^2 - 1^2 = 12 - 1 = 11$

ج- استنتاج :

$b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1} = \frac{(3\sqrt{3}-4)(2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{3\sqrt{3}\times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 4}{11}$

$= \frac{22-11\sqrt{3}}{11} = \frac{11(2-\sqrt{3})}{11} = 2 - \sqrt{3}$

د- لنجد x بحيث $\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$:

يعني $\frac{x}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{x}$ يعني $\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$

$x^2 = (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 1$ يعني $x = -1$ او $x = 1$ سؤال اختياري (+1) :

$Q = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a^2-b^2}{ab}}{\frac{a+b}{ab}} = \frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a-b$

نستنتج حساب Q : $Q = a-b = (2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

• التمرين 2 :

1) اذا علمنا ان $|x-5| = 12$ فلنحسب $|1-\frac{x}{5}|$ بدون حساب x

$|1-\frac{x}{5}| = \frac{|5-x|}{5} = \frac{|x-5|}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$

2) اختصر الى اقصى حد العددين C و D التاليين :

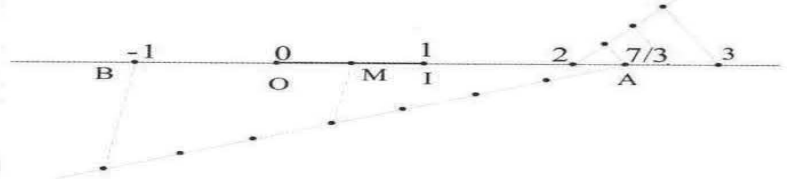
$D = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{20} - \sqrt{45}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{6\sqrt{5} - 3\sqrt{5}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{15}$

$C = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times \sqrt{2} = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

• التمرين 3 :

(D) هو المستقيم العددي المقترن بالمعین (O; I) حيث OI=2 بالصم

1) ا) لرسم على (D) النقاط A و B حيث $x_A = \frac{7}{3}$ و $x_B = -1$



ب- لنحسب AB :

$$AB = |x_B - x_A| = |x_A - x_B| = \left| \frac{7}{3} - (-1) \right| = \frac{10}{3}$$

ج- لنبنى النقطة M من [AB] بحيث : $AM = \frac{4}{7} AB$. منجز .

د- لنجد m فاصلة M : $AM = \frac{4}{7} AB$ تعطي

$$x_M - \frac{7}{3} = -\frac{40}{21} \text{ او } x_M - \frac{7}{3} = \frac{40}{21} \text{ ومنه } \left| x_M - \frac{7}{3} \right| = \frac{4}{7} \times \frac{10}{3} = \frac{40}{21}$$

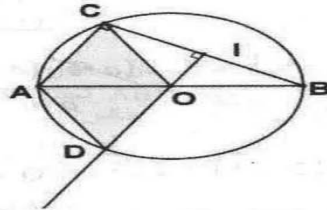
$$x_M = -\frac{40}{21} + \frac{7}{3} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \text{ او } x_M = \frac{40}{21} + \frac{7}{3} = \frac{89}{21}$$

الا ان M نقطة من [AB] اذن لا بد ان يكون $x_M \geq -1$ و $x_M \leq \frac{7}{3}$.

الخلاصة : لان $x_M = \frac{3}{7}$: $-1 < \frac{3}{7} < \frac{7}{3}$ (وهي متناغمة مع موقعها على المستقيم)

• التمرين 4 :

وحدة القيس هي الصم . المطلوب بناء دائرة Γ ذات المركز O والقطر [AB] بحيث $AB=8$.



أ- ابن نقطة C من Γ بحيث $AC = 4$ ؛ ليكن I منتصف [BC] ؛ لتبين ان $OI \parallel (AC)$ ثم نحسب OI .

في المثلث ABC نجد O منتصف [AB] و I منتصف [BC] اذن (OI) يوازي

$$(AC) \text{ و } OI = \frac{AC}{2} = 2 \text{ الخلاصة : } (AC) \parallel (OI) \text{ و } OI = \frac{AC}{2} = 2$$

ب- نبرز نوع المثلث OBC ثم نستنتج ان المثلث ABC قائم في C :

لدينا $OB=OC$ شعاعان لنفس الدائرة اذن المثلث OBC متقايس الضلعيين ؛

ينتج ان الوسط [OI] الصادر من O يطابق اذن الارتفاع الموافق لـ [BC] ؛

ومنه (OI) يعامد (BC) ومن جهة ثانية $(AC) \parallel (OI)$ فحتما (BC)

يعامد (AC) في C

الخلاصة : المثلث ABC قائم في C .

ج- [IO] يقطع Γ في D ؛ لتبين ان الرباعي ACOD معين :

في الرباعي ACOD نجد $(AC) \parallel (OD)$ لان $(AC) \parallel (OI)$ و D نقطة من

(OI) ونجد $AC=OD=4$ فالرباعي ACOD هو متوازي الاضلاع ومن جهة

ثانية $OC=OD=4$ (شعاعان لنفس الدائرة) فالرباعي ACOD معين

